

## MAI 2 3. cvičení - primitivní funkce (neurčitý integrál) 2.

(Najděte primitivní funkce na maximálních intervalech)

### 1. 2. věta o substituci:

Funkce  $f$  je spojitá na intervalu  $(a, b)$ ,  $g'$  je spojitá a  $g' \neq 0$  na intervalu  $(\alpha, \beta)$ ,  $g(\alpha, \beta) = (a, b)$ , pak, je-li

$$\int f(g(t))g'(t)dx = G(t) + C \text{ na } (\alpha, \beta), \text{ je na intervalu } (a, b) \int f(x)dx = G(g^{-1}(x)) + C :$$

---

$$\int \frac{1}{x + 2\sqrt{x} + 2} dx \quad (\sqrt{x} = t); \quad \int \frac{1 + tg^2 x}{1 + tgx} dx \quad (tgx = t); \quad \int \sqrt{1 - x^2} dx ;$$

$$(*) \int \sqrt{x^2 + 1} dx \quad \text{a} \quad \int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} dx \quad (x = \sinh t (= \frac{e^t - e^{-t}}{2})).$$

### 2. a) Integrace „per partes“:

$$\int \frac{1}{(x^2 + 1)^2} dx ; \quad \int \frac{1}{(x^2 + 1)^n} dx, \quad n \in \mathbb{N}, n \geq 3 ;$$

### b) Integrace „per partes“ + substituce:

$$\int \frac{1}{x^3} \exp\left(\frac{1}{x^2}\right) dx ; \quad \int \frac{1}{x^2} \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x}\right) dx ; \quad \int e^{\sqrt{x}} dx ; \quad \int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx ; \quad \int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} dx ; \quad \int \arcsin^2 x dx .$$

### 3. Integrál z racionální funkce:

#### a) integrace parciálních (jednoduchých) zlomků:

$$\int \frac{1}{(x+3)^3} dx ; \quad \int \frac{1}{2-x} dx ; \quad \int \frac{2x+4}{x^2+4x+5} dx ; \quad \int \frac{x-2}{x^2+4x+5} dx ; \quad \int \frac{2x-1}{x^2+2x+5} dx ;$$
$$\int \frac{x-1}{(x^2+2x+2)^2} dx ; \quad \int \frac{1}{(x^2+9)^3} dx .$$

#### b) integrace racionálních funkcí (rozklad na parciální zlomky a jejich integrace):

$$\int \frac{2x-11}{x^2+3x-10} dx ; \quad \int \frac{3x+9}{(x^2-1)(x+2)} dx ; \quad \int \frac{x^3+5x^2+15x+12}{x^2+3x+2} dx ; \quad \int \frac{3x^2+2x+2}{x^3-3x-2} dx ;$$
$$\int \frac{x}{x^4-3x^2+2} dx ; \quad \int \frac{x^4+1}{x^3-x^2+x-1} dx ; \quad \int \frac{1}{(x^2+1)(x+1)} dx ; \quad \int \frac{5x^2+2x+3}{x^3+x^2-2} dx$$
$$\int \frac{x^3+x^2-2x-10}{x^3+4x^2+5x} dx ; \quad \int \frac{7x+4}{x^3+x^2-8x-12} dx ; \quad \int \frac{x^3-x-1}{(x^2+2)^2} dx .$$